

Cevap Anahtarı

Adı Soyadı:

Numarası:

2019-2020 BAHAR DÖNEMİ MODÜL TEORİSİ QUIZ SORULARI

1) (50p) H bir halka J , H 'nin bir ideali olsun. H/J bölüm halkası bir H -Modüldür, gösteriniz.

$$H \times H/J \longrightarrow H/J \quad (h, a+J) \longrightarrow h(a+J) = ha+J.$$

$$\text{i) } \forall h \in H, \forall a+J, b+J \in H/J \text{ için } h \cdot ((a+J) + (b+J)) = h((a+b)+J) \\ = h(a+b)+J = ha+hb+J = h(a+J) + h(b+J)$$

$$\text{ii) } \forall h_1, h_2 \in H, \forall a+J \in H/J \text{ için } (h_1+h_2)(a+J) = (h_1+h_2)a+J \\ = (h_1a+h_2a)+J = h_1(a+J) + h_2(a+J)$$

$$\text{iii) } \forall h_1, h_2 \in H, \forall a+J \in H/J \text{ için } (h_1h_2)(a+J) = (h_1h_2)a+J \\ = h_1(h_2a+J) \text{ olup bir istenen bulunur.}$$

2) (50p) A ve B , iki R -Modül olsun. $A \times B$ de bir R -Modüldür, gösteriniz.

$$R \times (A \times B) \longrightarrow A \times B$$

$$(r, (x, y)) \longrightarrow r(x, y) = (rx, ry)$$

$$\text{i) } \forall r \in R, \forall (a, b), (c, d) \in A \times B \text{ için} \\ r \cdot [(a, b) + (c, d)] = r \cdot (a+c, b+d) = (r(a+c), r(b+d))$$

$$= (ra+rc, rb+rd) = (ra, rb) + (rc, rd) = r(a, b) + r(c, d)$$

$$\text{ii) } \forall r_1, r_2 \in R, \forall (a, b) \in A \times B \Rightarrow$$

$$(r_1+r_2)(a, b) = ((r_1+r_2)a, (r_1+r_2)b) = (r_1a+r_2a, r_1b+r_2b)$$

$$= r_1(a, b) + r_2(a, b)$$

$$\text{iii) } \forall r_1, r_2 \in R, \forall (a, b) \in A \times B \Rightarrow (r_1r_2)(a, b) = (r_1r_2a, r_1r_2b)$$

$$= (r_1(r_2a), r_1(r_2b)) = r_1(r_2a, r_2b) = r_1(r_2(a, b))$$